УДК 621.833.3

РАСЧЕТ ОСНОВНЫХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СТАНОЧНОГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ

А.Б. Виноградов

Сибирский государственный университет путей сообщения, г. Новосибирск
E-mail: Vinogradov@mail.ru

Даны методика и вывод формул для расчета основных геометрических характеристик станочного зацепления глобоидного червяка при шлифовании его витков плоскостным инструментом.

При теоретическом исследовании в качестве расчетной схемы принята схема, рис. 1.

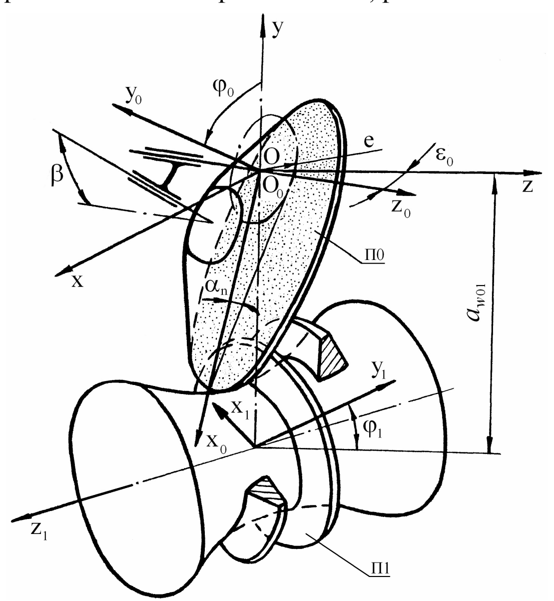


Рис. 1. *Расчетная схема шлифования витков глобоидного червяка*

В соответствии с этой схемой применены три ортогональные системы координат: неподвижная $S(x,y,z)$; система $S_0(x_0,y_0,z_0)$, жесткосвязанная с вращающейся вокруг оси z_0 плоскостью П0 инструмента; подвижная система $S_1(x_1,y_1,z_1)$ червяка. Относительное движение систем S_0 и S_1 характеризуется углом φ_0 и углом φ_1 вращения червяка вокруг оси z_1. Управление геометрическими характеристиками осуществляем параметрами:

- a_{w01} – станочным межосевым расстоянием;
- β – углом наклона плоскости;
- e – удалением плоскости от оси вращения (дублировано углом α_n);
- ε_0 – углом отклонения от ортогональности осей вращения инструмента и заготовкой червяка;
- u_{10} – станочным передаточным отношением (принято $u_{10} = \dfrac{\varphi_1}{\varphi_0} = \text{const}$).

Поверхность станочного зацепления. Поле зацепления

Поверхность станочного зацепления определяем как семейство линий контакта производящей плоскости и нарезаемой поверхности червяка в неподвижной системе координат. Методом винтового дифференциального комплекса [1] получено уравнение контактной линии на производящей плоскости:

$$\left.\begin{aligned}
&-x_0\,\mathrm{tg}\alpha_t + y_0 + z_0\,\mathrm{tg}\beta + \frac{e}{\cos\alpha_n \cos\beta} = 0,\\
&x_0(1 + u_{10}\sin\varepsilon_0 + u_{10}\cos\varepsilon_0\,\mathrm{tg}\beta\sin\varphi_0) +\\
&+y_0[(1 + u_{10}\sin\varepsilon_0)tg\alpha_t - u_{10}\cos\varepsilon_0\,\mathrm{tg}\beta\cos\varphi_0] +\\
&+z_0 u_{10}\cos\varepsilon_0\,\frac{\cos(\varphi_0-\alpha_t)}{\cos\alpha_t} - a_{w01}u_{10}[\sin\varepsilon_0\,\frac{\sin(\varphi_0-\alpha_t)}{\cos\alpha_t} +\\
&+\mathrm{tg}\beta\cos\varepsilon_0] = 0.
\end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Последнее уравнение представляет собой так называемое уравнение зацепления. Оно выведено из условия взаимного огибания поверхностей П0 и П1:

$$N_{\Pi 0}\cdot dr_0 = \left(\frac{\partial M_{01}}{\partial\varphi_0}\cdot M_{01}^{-1}\cdot r_0\right) = 0,$$

где $N_{\Pi 0}\{-\mathrm{tg}\alpha_t, 1, \mathrm{tg}\beta\}$ – нормаль П0;

$$M_{01} = \left\|\begin{matrix}
b_{11} & b_{12} & \cos\varepsilon_0\cos\varphi_0 & a_{w01}\sin\varphi_0\\
b_{21} & b_{22} & \cos\varepsilon_0\sin\varphi_0 & -a_{w01}\cos\varphi_0\\
-\cos\varepsilon_0\sin\varphi_1 & \cos\varepsilon_0\cos\varphi_1 & -\sin\varepsilon_0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 1
\end{matrix}\right\|$$

– матрица преобразования от системы S_1 к системе S_0;

$$M_{01}^{-1} = \left\|\begin{matrix}
b_{11} & b_{21} & -\sin\varphi_1\cos\varepsilon_0 & a_{w01}\cos\varphi_1\\
b_{12} & b_{22} & \cos\varphi_1\cos\varepsilon_0 & a_{w01}\sin\varphi_1\\
\cos\varepsilon_0\cos\varphi_0 & \cos\varepsilon_0\sin\varphi_0 & -\sin\varepsilon_0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 1
\end{matrix}\right\|$$

– матрица обратная M_{01};

$$\begin{aligned}
b_{11} &= -\sin\varphi_0\sin\varphi_1 - \sin\varepsilon_0\cos\varphi_0\sin\varphi_1;\\
b_{12} &= \sin\varepsilon_0\cos\varphi_0\cos\varphi_1 - \sin\varphi_0\sin\varphi_1;\\
b_{21} &= \cos\varphi_0\cos\varphi_1 - \sin\varepsilon_0\sin\varphi_0\sin\varphi_1;\\
b_{22} &= \cos\varphi_0\sin\varphi_1 + \sin\varepsilon_0\sin\varphi_0\cos\varphi_1;
\end{aligned}$$

$$r_0 = \left\|\begin{matrix} x_0\\ y_0\\ z_0\\ 1\end{matrix}\right\|$$ – столбцовая матрица радиус-вектора текущей точки в системе S_0.

Переписав выражение (1) в неподвижную систему координат S, получаем уравнение поверхности зацепления:

$$\left.\begin{aligned} &xb_1 + yb_3 + zb_2 + c_1 = 0, \\ &xb_3 \cos\varepsilon_0 - y(b_4 + u_{10}b_2) + \\ &+z(u_{10} + \sin\varepsilon_0)b_3 - c_2 = 0, \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

где

$$b_1 = b_4\cos\varepsilon_0 - \mathrm{tg}\beta\sin\varepsilon_0;\ b_2 = b_4\sin\varepsilon_0 + \mathrm{tg}\beta\cos\alpha_0;$$

$$b_3 = \frac{\cos(\varphi_0 - \alpha_t)}{\cos\alpha_t};\ b_4 = \frac{\sin(\varphi_0 - \alpha_t)}{\cos\alpha_t};$$

$$c_1 = \frac{e}{\cos\alpha_n\cos\beta};\ c_2 = a_{w01}u_{10}(b_4\sin\varepsilon_0 + \mathrm{tg}\beta\cos\varepsilon_0).$$

Поле зацепления – это рабочая часть поверхности зацепления, заключенная между внешним цилиндром шлифовального круга

$$(x\cos\varepsilon_0 + z\sin\varepsilon_0)^2 + y^2 = R^2$$

и наружным глобоидом червяка

$$(y + a_{w01})^2 + z^2 = (a_{w01} - \sqrt{R_{a1}^2 - x^2})^2.$$

Границы поля зацепления обусловлены совместным решением двух следующих систем:

$$\left.\begin{aligned} &(x\cos\varepsilon_0 + z\sin\varepsilon_0)^2 + y^2 = R^2, \\ &xb_1 + yb_3 + zb_2 + c_1 = 0, \\ &xb_3\cos\varepsilon_0 - y(b_4 + u_{10}b_2) + \\ &+z(u_{10} + \sin\varepsilon_0)b_3 - c_2 = 0; \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

$$\left.\begin{aligned} &(y + a_{w01})^2 + z^2 = (a_{w01} - \sqrt{R_{a1}^2 - x^2})^2, \\ &\mathrm{x}b_1 + yb_3 + zb_2 + c_1 = 0, \\ &xb_3\cos\varepsilon_0 - y(b_4 + u_{10}b_2) + \\ &+z(u_{10} + \sin\varepsilon_0)b_3 - c_2 = 0. \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

Расчет и выбор корней зависимостей (3 и 4) выполняем следующим образом. Решаем (3) относительно x, y, z. Действительный корень берем со значением $y<0$.

Из (4) определяем вторую часть границы зацепления с координатами x, y, z. Из четырех корней принимаем корень при $y<0$ и близкий по числовому значению к координатам, определяемым (3).

Данные поля зацепления позволяют рассчитать рабочую длину контактной линии:

$$L = \sqrt{(x' - x'')^2 + (y' - y'')^2 + (z' - z'')^2}, \quad (5)$$

где x', y', z' и x'', y'', z'' – координаты граничных точек контактной линии, вычисляемые соответственно по (3 и 4).

По формулам (2) произведен расчет контактных линий для передачи: $a_{w01}=a_w=160$ мм, $u_{10}=u_{12}=50/1$, $\beta=8°19'$, $\varepsilon_0=0°$, $e=47{,}7$ мм.

По ур. (3 и 4) вычислены координаты точек границы поля зацепления. По полученным значениям построены контактные линии в пределах поля зацепления и в проекциях на две координатные плоскости (рис. 2).

Поле зацепления оказывается смещенным в сторону от оси вращения червяка. При этом наиболее удаленными являются точки контактной линии, расположенной на входе витка червяка в зацеплении с плоскостью П0 (φ_0=104°24'). Проекция контактных линий на плоскость $y0z$, перпендикулярную оси червяка, выявляет важную особенность: линия контакта при φ_0=104°24' быстро перемещается по производящей плоскости; по мере приближения к горловине червяка (φ_0=90°) скорость движения контакта падает. Однако угол между вектором относительной скорости и контактной линией следует считать наиболее благоприятным (приближающимся к 90°) на участке, отвечающем выходу витков червяка из зацепления.

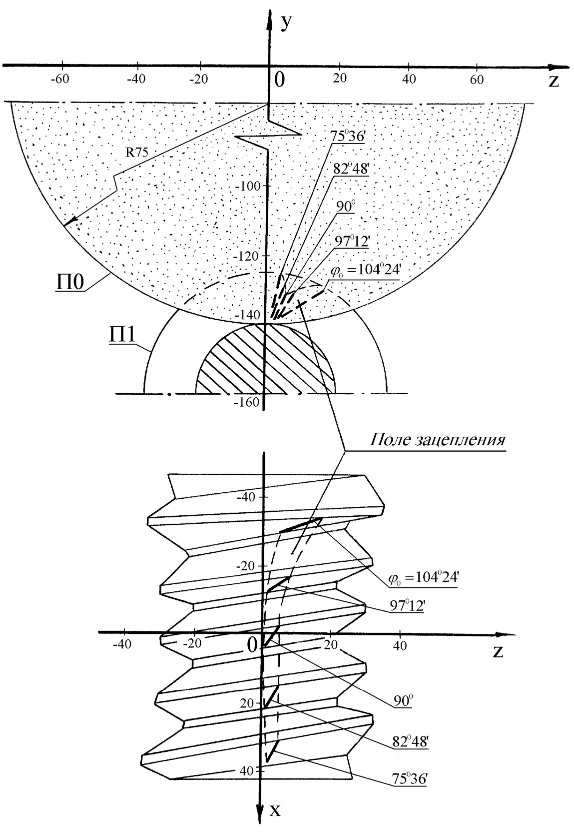


Рис. 2. *Поле станочного зацепления*

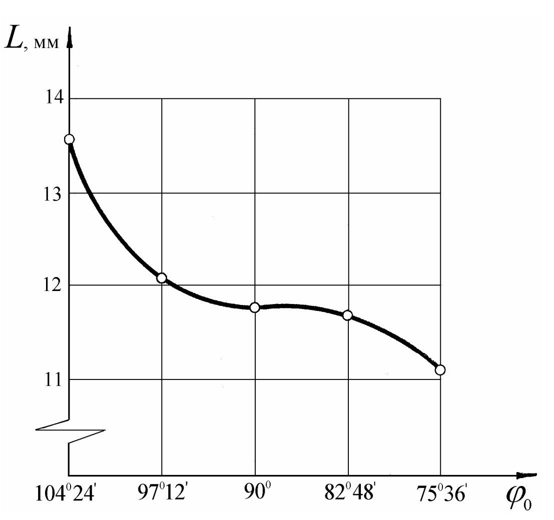


Рис. 3. *Изменение длины активной контактной линии*

Результаты расчета абсолютной длины L по формуле (5) представлены на рис. 3. По мере перемещения контакта с входа на выход наблюдается изменение L с максимума до минимума.

Исследование передач с двух- и трехзаходным червяком показало, что с увеличением заходности поле зацепления и длина контактных линий изменяются незначительно.

Поверхность витков червяка. Осевое сечение витков

В процессе обработки шлифовальный круг перемещается относительно заготовки червяка, образуя семейство плоскостей параметра φ_0. Обрабатываемая винтовая поверхность П1 является огибающей однопараметрического семейства плоскостей. Из дифференциальной геометрии известно, что огибающая однопараметрического семейства плоскостей является линейчатой развертывающейся поверхностью. Уравнение винтовой поверхности витка червяка получаем, переписав контактную линию на производящей плоскости (1) в систему заготовки червяка, используя матрицу M_{01}:

$$\left.\begin{aligned}&x_1(b_3\cos\varphi_1-b_2\sin\varphi_1)+y_1(b_3\sin\varphi_1+b_2\cos\varphi_1)+\\&+z_1(b_4\cos\varepsilon_0-\text{tg}\beta\sin\varepsilon_0)-a_{w01}b_3+C_1=0,\\&-x_1(b_5\cos\varphi_1+b_6\sin\varphi_1)+y_1(b_6\cos\varphi_1-b_5\sin\varphi_1)+\\&+z_1b_3\cos\varepsilon_0+a_{w01}b_4=0,\end{aligned}\right\}\quad(6)$$

где $b_5=b_4+b_2u_{10}$; $b_6=b_3(u_{10}+\sin\varepsilon_0)$.

Из (6) видно, что поверхность зависит от пяти параметров: двух наладок станка – a_{w01}, u_{10} и трёх установочных углов шлифовального круга – α_n, β, ε_0. Заметим, что в работах [2, 3] учитывались не все перечисленные выше параметры при формообразовании поверхности витка червяка. При фиксированном угле φ_1 (6) является уравнением контактной линии на огибающей поверхности. Для определения координат точек осевого сечения витков червяка решаем выражение (6) при $y_1=0$ относительно x_1, z_1:

$$\left.\begin{aligned}&x_1=\frac{a_{w01}(b_3^2\cos\varepsilon_0+b_1b_4)-c_1b_3\cos\varepsilon_0}{b_9\sin\varphi_1+c_3\cos\varphi_1},\\&z_1=\frac{a_{w01}[b_3c_4+b_4(b_2\sin\varphi_1-b_3\cos\varphi_1)]-c_1c_4}{b_9\sin\varphi_1+c_3\cos\varphi_1},\end{aligned}\right\}\quad(7)$$

где $b_7=b_4+b_2u_{10}$; $b_8=b_3(u_{10}+\sin\varepsilon_0)$; $b_9=b_1b_8-b_2b_3\cos\varepsilon_0$; $c_3=b_1b_7+b_3^2\cos\varepsilon_0$; $c_4=b_7\cos\varphi_1+b_8\sin\varphi_1$.

С помощью выражений (7) установлена специфика геометрии поверхности витков червяка. Решены вопросы определения максимальной величины «накопленного» припуска под шлифовку. Эти данные позволили сделать вывод о практической целесообразности использования заготовки типа классического червяка для получения глобоидного червяка со шлифованными плоскостью рабочими витками. Более того, при нарезании заготовки можно ввести модификацию [4], в результате чего максимальное значение припуска (с учетом профильного угла α_n и угла подъема винтовой линии) на шлифование витков одно-, двух- и трехзаходного червяка (ГОСТ 9369–77) выравнивается по всей длине червяка и достигает допустимое значение.

Подрезание поверхности витков червяка

Исследование зоны подрезания поверхности витков червяка выполняется методом, разработанным Н.И. Колчиным [5]. Идея этого метода состоит в том, что подрезание выявляется путём расчета в неподвижной системе координат точек предельной линии, соответствующей ребру возврата рассматриваемой поверхности. Дифференцируем второе уравнение системы (2) по координатам и параметру φ_0:

$$\left.\begin{aligned}&dxb_3\cos\varepsilon_0-dyb_5+dzb_6-[xb_4\cos\varepsilon_0+\\&+y(1+u_{10}\sin\varepsilon_0)b_3+z(u_{10}+\sin\varepsilon_0)b_4+\\&+a_{w01}b_5u_{10}\sin\varepsilon_0]d\varphi_0=0.\end{aligned}\right\}\quad(8)$$

Условие, необходимое для определения границ поверхности витка червяка в неподвижной системе координат, найдём, подставив в (8) значения дифференциалов dx, dy, dz, выраженных из условия приравнивания нулю элементарного перемещения $dS_1=0$ контактной точки по поверхности витка червяка. Последнее отыскивается при помощи дифференцирования формул преобразования $r_S=M_{S1}r_1$. Проекции этого перемещения в дифференциальной форме имеют вид:

$$\left.\begin{aligned}&dx=dx_1,\\&dy=dy_1+zu_{10}d\varphi_0,\\&dz=dz_1-u_{10}(y+a_{w01})d\varphi.\end{aligned}\right\}$$

Введя условие $dS_1=0$, получаем

$$\left.\begin{aligned}&dx=0,\\&dy=zu_{10}d\varphi_0,\\&dz=-u_{10}(y+a_{w01})d\varphi_0.\end{aligned}\right\}\quad(9)$$

Подставляя (9) в (8) и рассматривая совместно с (2), запишем

$$\left.\begin{aligned}&xb_1+yb_3+zb_2+C_1=0,\\&xb_3\cos\varepsilon_0-yb_5+zb_6-C_4=0,\\&xb_4\cos\varepsilon_0+yk_1+zk_2+a_{w01}k_3=0,\end{aligned}\right\}\quad(10)$$

где $k_1=u_{10}b_6+b_3(1+u_{10}\sin\varepsilon_0)$; $k_2=u_{10}b_5(u_{10}+\sin\varepsilon_0)$; $k_3=u_{10}(b_6+b_3\sin\varepsilon_0)$.

Таблица. *Параметры передач с номинальными наладками*

Вариант передач	a_w, мм	$u_{12}=\frac{z_2}{z_1}$	β, град	α_n, град	e, мм
1	160	$\frac{50}{1}$	8	20	47,414
2		$\frac{50}{2}$	16		
3		$\frac{37}{3}$	20	27	

Уравнения (10) позволяют получить данные о зоне подрезания витков червяка производящей плоскостью.

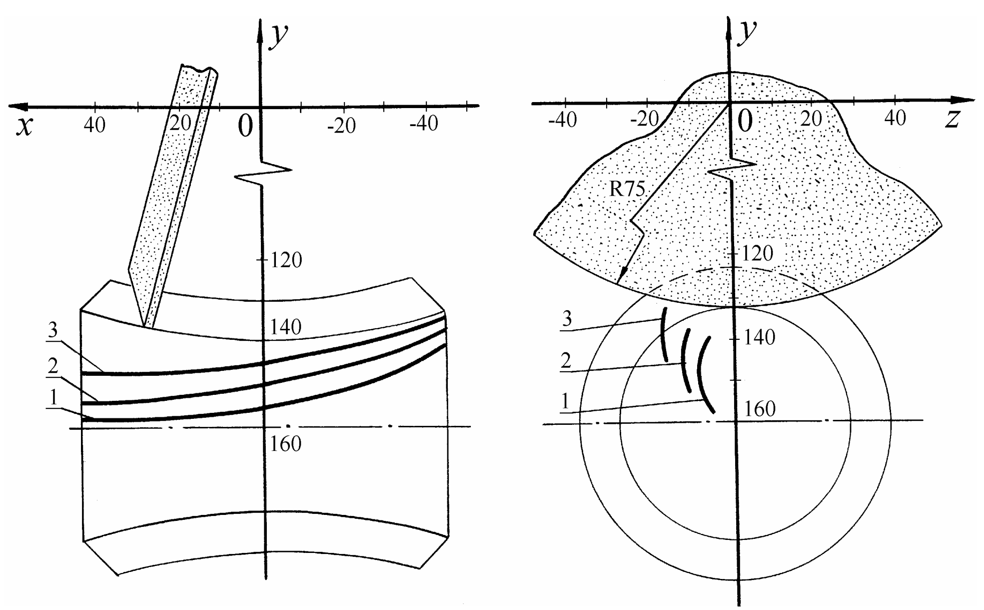


Рис. 4. *Проекция предельных линий*

Для передач, параметры которых указаны в таблице, по уравнениям (10) произведен расчет координат точек предельных линий (рис. 4).

Расположение линий 1, 2, 3 за пределами поля зацепления указывает на отсутствие опасности подрезания ножки витка червяка производящей плоскостью.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Колчин Н.И. Метод винтового комплекса в теории пространственных зацеплений // Теория передач в машинах: Тр. III совещ. по основным проблемам теории машин и механизмов. – М., 1953. – С. 7–18.
2. Акулич В.К. Аналитическая геометрия и кинематика контакта в глобоидном зацеплении со шлифованным червяком и некоторые вопросы модификации зацепления: Дис. ... канд. техн. наук. – Л., 1969. – 313 с.
3. Акулич В.К. Глобоидное зацепление с поверхностью витков червяка, шлифуемой плоскостью // Изв. вузов. Машиностроение. – 1975. – № 1. – С. 81–84.
4. Сагин Л.И. Улучшение методов производства и эксплуатационных качеств глобоидных передач // Тр. ЦНИИТМАШ. – 1960. – № 14. – С. 6–63.
5. Колчин Н.И. Аналитические основы дифференциального метода исследования зубчатых зацеплений // Тр. Ин-та машиноведения АН СССР. Семинар по теории машин и механизмов. – 1957. – Т. 16. – Вып. 64. – С. 26–53.

УДК 622.233.5